Teoretické otázky

1. **Doplňte vynechaný krok v důkazu Lemma 2.5.** Ukažte přímo, že množina $\tilde{C}$ je konvexní, tj. že pro $x, y \in \tilde{C}$ a $t \in (0,1)$ je $tx + (1-t)y \in \tilde{C}$. Z toho odvoďte $\tilde{C} = \operatorname{conv}(X)$.

2. **Simplex jako konvexní mnohostěn a jeho vrcholy.** Pro simplex z Příkladu 2.12 dokažte přímo z Definice 2.13, že jeho vrcholy jsou právě kanonické vektory $\mathbf{e}_i$ v afinním řezu $\sum_{i=1}^{n+1} x_i = 1$, $x_i \geq 0$.

3. TBA

Praktické otázky

1. **Enumerace BFS a degenerace (malý případ, $m = 2$, $n = 4$).** Nechť

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

   Pracujte s $P = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$.

   (a) Vyjmenujte všechny dvojice indexů $B \subset \{1,2,3,4\}$, pro které je A_B regulární.

   (b) Pro každé takové B spočtěte kandidáta $\mathbf{x}$ daného $\mathbf{x}_B = A_B^{-1}\mathbf{b}$, $\mathbf{x}_N = \mathbf{0}$.

   (c) U každého kandidáta rozhodněte přípustnost a degeneraci. Najděte různé báze, které dávají tentýž bázicky přípustný bod.

2. **Enumerace BFS, degenerate vs. nedegenerate ($m = 3$, $n = 5$).** Nechť

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

   Pro $P = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^5 \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b},\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$:

   (a) Najděte alespoň dvě různé přípustné báze B vedoucí k nedegenerovaným BFS a dvě různé přípustné báze vedoucí k degenerovaným BFS.

   (b) Uveďte příklad dvou odlišných bází, které dávají stejný bázicky přípustný bod, a vysvětlete, které bázické složky jsou v daném bodě nulové.

3. TBA